

Олимпиада для поступающих в 10 класс (матпрофиль)

1. Найдите значение выражения: $x^2 + xy + y^2$, если $x + y = 7$; $xy = 3$.
2. Решите уравнение: $2x^3 - 6x^2 + 5x - 15 = 0$.
3. Упростите выражение: $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$.
4. Найдите сумму всех различных корней уравнения:
 $(x^2 - 4x)(x^2 - 4x + 2) = 8$.
5. Сравните $\frac{1}{8-3\sqrt{7}} + \frac{1}{8+3\sqrt{7}}$ и $\sqrt{210}$
6. Решите неравенство: $\frac{x-4}{2-x} \leq -3$.
7. Найдите множество значений функции $y = 0,5x^2 - 2x$ на отрезке $[0;3]$.
8. Решите систему неравенств:
$$\begin{cases} \frac{x+2}{x-6} \leq 0 \\ x^2 - 3x - 10 \geq 0 \end{cases}$$
9. Сумма первых четырех членов геометрической прогрессии равна -30 , знаменатель прогрессии равен -2 . Найдите сумму первых восьми членов этой прогрессии.
10. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ xy = -8 \end{cases}$$
11. Найдите периметр параллелограмма, если известно, что одна из его сторон равна 3 ; тупой угол 120° ; большая диагональ параллелограмма равна $\sqrt{19}$.
12. В результате двух последовательных снижений цена товара понизилась на 80% . На сколько процентов снизили цену товара во второй раз, если первый раз ее понизили на 20% ?
13. Морская вода содержит 5% соли. Сколько литров пресной воды нужно добавить к 30 л морской воды, чтобы концентрация соли составляла $1,5\%$?