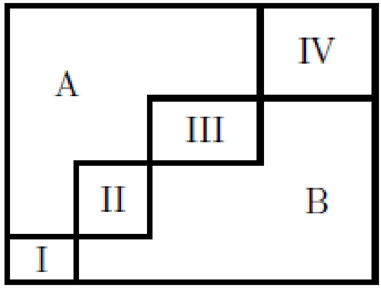
Вариант 23-03

Собеседование в 7-й математический класс 179 школы 08.04.2023



Задача 1. Прямоугольник периметра 2000 разрезан на 4 прямоугольника I, II, III, IV и две многоугольные части A и B, как схематически показано на рисунке. Периметры прямоугольников I, II, III, IV относятся как 1 : 3 : 5 : 7. Найдите сумму периметров фигур A и B.

Задача 2. У Пети есть два комплекта карточек с числами 1, 2, ..., 179. Можно ли разбить эти карточки на 179 пар так, чтобы в каждой паре карточки были из разных комплектов и давали в сумме степень двойки?

Задача 3. В ящике лежат 111 шаров жёлтого, синего, чёрного и белого цвета. Если, не подглядывая, вытащить 100 шаров, среди них обязательно найдутся 4 шара разных цветов. Какое наименьшее число шаров нужно вытащить, не подглядывая, чтобы среди них наверняка нашлись 3 шара разных цветов?

Задача 4. На доске 179 × 179 стоят 4 фишки: две чёрные — в противоположных углах доски, на одной диагонали, и две белые — в двух других противоположных углах доски, на другой диагонали. Белые и чёрные ходят по очереди, начинают белые. Каждым ходом любая одна из фишек одного цвета сдвигается на любую соседнюю (по стороне) свободную клетку. Белые фишки стремятся попасть в две соседние по стороне клетки. Могут ли чёрные гарантированно им помешать?

Задача 5. Дан прямоугольник ABCD. Прямая l делит сторону AB в отношении 1 : 3, а сторону AD — в отношении 1 : 5, считая от вершины A. В каком отношении эта прямая делит диагональ AC?

Задача 6. В турнире по волейболу 5 команд сыграли каждая с каждой по одному разу. Ничьих в волейболе не бывает. Обозначим через A, B, C, D, E количества побед, одержанных этими командами, а через a, b, c, d, e – количества их поражений.

Докажите, что $A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + E^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$.

Задача 7. При каких натуральных n квадратный остров можно разбить на n прямоугольных участков одинаковой площади и с одинаковой длиной береговой линии?