

Вариант 23-02

Собеседование в 7-й математический класс 179 школы 27.03.2023

Задача 1. Коля и Оля одновременно выехали из А в Б на своих машинах по одной дороге, проходящей через промежуточный город М. На участке от А до М каждый ехал с постоянной скоростью, и на участке от М до Б тоже. Скорость Коли на участке АМ была больше скорости Оли на участке МБ, а скорость Коли на участке МБ — больше скорости Оли на участке АМ. Могла ли Оля быстрее приехать в Б?

Задача 2. Большой прямоугольник разрезан на меньшие прямоугольники (не обязательно с целыми сторонами), см. рис. Площади некоторых из них (в квадратных сантиметрах) указаны внутри. Какова площадь большого прямоугольника?

2			
4	8		
	16	20	
		25	15

Задача 3. Десять карточек с надписями 1 г, 2 г, 4 г, . . . , 512 г наклеили по одной на 10 гирь с массами 1 г, 2 г, 4 г, . . . , 512 г, но возможно какие-то надписи перепутали (может даже все). а) Как за 9 взвешиваний на чашечных весах, показывающих, какая чаша тяжелее, выяснить, была ли какая-то путаница (не важно, какая именно), или все надписи верные? б) Удастся ли сделать это за 8 взвешиваний?

Задача 4. У барона Мюнхгаузена есть клетчатый лист бумаги 100×100 , в каждой клетке которого записано число. Барон отметил центры всех клеток красными точками и сообщил: если три красные точки образуют треугольник, две стороны которого равны 7, то три числа, записанные в соответствующих клетках, дают в сумме ноль. Обязательно ли тогда во всех клетках записаны нули?

Задача 5. На плоскости даны 10 точек, некоторые из них соединены отрезками. Докажите, что можно рядом с каждой точкой написать натуральное число так, что соединенными отрезком окажутся те и только те пары точек, числа рядом с которыми будут иметь общий множитель, больший 1.

Задача 6. На клетчатой доске 8×8 в одной из клеток сидит бактерия. За один ход бактерия сдвигается в соседнюю по стороне клетку и делится на две бактерии (обе остаются в той же клетке). Затем снова одна из сидящих на доске бактерий сдвигается в соседнюю по стороне клетку и делится на две, и так далее. Может ли после нескольких таких ходов добиться того, чтобы а) в 63 клетках бактерий было поровну, а одна клетка пустовала; б) во всех 64 клетках бактерий было поровну?