

## Основные тригонометрические формулы

Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

### Формулы противоположных углов

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha \quad \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha \quad \operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

### Формулы сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad \operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \beta + \operatorname{ctg} \alpha} \quad \operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}$$

### **Формулы двойного угла**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \qquad \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \qquad \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} \qquad \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{\operatorname{ctg}^2\alpha-1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$$

### **Формулы половинного аргумента**

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos \alpha}{2} \qquad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1+\cos \alpha} = \frac{1-\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos \alpha}{2} \qquad \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1-\cos \alpha}$$

### **Формулы тройного угла**

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

### **Формулы суммы и разности**

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \quad \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta} \quad \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

### **Формулы преобразования произведения в сумму**

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta))$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta))$$

### **Связь между $\sin \alpha$ , $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}$**

$$\sin \alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}$$